

Утверждена
Академическим советом программы
«Стохастическое моделирование в экономике
и финансах»
(протокол №2.9-12.17/251023-2 от
25.10.2023 г.)

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

Факультет экономических наук

ПРОГРАММА

**подготовки к вступительному испытанию по высшей математике для поступающих
на образовательную программу магистратуры
«Стохастическое моделирование в экономике и финансах»**

Академический руководитель программы, Панов В.А.

Москва, 2023 год

Формат вступительного экзамена по высшей математике

Экзамен состоит из двенадцати вопросов. В каждом вопросе требуется отметить только один ответ, который поступающий считает правильным. Если поступающий считает, что среди предложенных вариантов более одного правильного, следует отметить любой из них, но только один.

Правила оценивания вопроса:

- правильный ответ — балл, указанный в начале вопроса
- отсутствие ответа или неправильный ответ — 0 баллов

Итоговый балл за экзамен — сумма баллов за каждый вопрос

Максимальная сумма — 100 баллов

Длительность экзамена 2 часа (120 минут)

Содержание программы

1. Линейная алгебра

1.1 Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.

1.2 Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

1.3 Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матрицы.

1.4 Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

1.5 Собственные числа и собственные векторы матрицы.

1.6 Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.

2. Математический анализ

2.1 Функции одной переменной. Предел функции. Производные. Разложение функции в ряд Тейлора. Исследование и построение графика функции.

2.2 Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.

2.3 Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества.

2.4 Примеры экономических приложений. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Максимизация полезности и бюджетное ограничение. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка.

3. Дифференциальные уравнения

3.1 Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Уравнение Бернулли.

3.2 Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной.

3.3 Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения.

3.4 Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида.

4. Теория вероятностей

4.1 Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.

4.2 Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания, дисперсии и ковариации. Условное математическое ожидание.

4.3 Нормальное распределение и связанные с ним хи-квадрат распределение, распределения Стьюдента и Фишера, и их основные свойства. Статистические таблицы и их использование.

5. Математическая статистика

5.1 Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).

5.2 Точечные оценки. Методы нахождения оценок: метод моментов и метод максимального правдоподобия. Свойства несмещенности, эффективности и состоятельности оценок. Доверительные интервалы.

5.3 Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия, уровень значимости, мощность критерия и P-value теста.

5.4 Линейная регрессионная модель для случая одной и нескольких объясняющих переменных. Теоретическая и выборочная регрессии. Природа случайной составляющей. Линейность по переменным и параметрам.

5.5 Оценивание параметров. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок параметров, полученных по МНК. Разложение суммы квадратов отклонений. Дисперсионный анализ. Степень соответствия линии регрессии имеющимся данным. Коэффициент детерминации и его свойства.

5.6 Классическая линейная регрессия. Статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия и ковариация) оценок параметров. Теорема Гаусса-Маркова.

5.7 Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической линейной регрессии и его следствия. Доверительные интервалы для параметров модели и проверка гипотез о значимости коэффициентов. Проверка адекватности регрессии. Общая линейная гипотеза о выполнении линейных ограничений на параметры модели.

5.8. Прогнозирование по регрессионной модели и его точность.

Литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. М., Наука, 1981

2. Chiang A. Fundamental methods of mathematical economics. Mc Graw Hill, 2005
3. Ланкастер К. Математическая экономика (пер. с англ.). М. Советское радио, 1972
4. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. дом ГУ–ВШЭ, 2005
5. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт.1-3. М., Наука, 1964
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Физматлит, 2009
7. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов. Под редакцией Б.П.Демидовича. М., Наука, 1968
8. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Научно–издат. центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
9. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., Наука, 1984
10. Магнус Я., Катышев П., Пересецкий А. Введение в эконометрику. М., Дело, 2000
11. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. М., Юнити, 2002
12. Hogg R., Tanis E., Zimmerman E. Probability and Statistical Inference. Person, 2015