

Утверждена на заседании Академического совета
факультета компьютерных наук
(протокол от «10» октября № 2.3-09/1010-02)

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

Факультет компьютерных наук

ПРОГРАММА

**подготовки к вступительному испытанию по Высшей математике
для поступающих на образовательную программу магистратуры
«Науки о данных»**

Академический руководитель программы, Кузнецов С.О. _____

Москва, 2021 год

Предварительные критерии оценивания

10 — задача решена;

9 — найдены незначительные ошибки, не влияющие на ход решения и ответ;

7-8 — решение содержит пробелы или ошибки, однако его можно признать верным или почти верным;

4-6 — либо решена половина задачи, либо недочеты слишком существенны, чтобы признать решение верным (но само рассуждение основано на здравых идеях);

2-3 — задача не решена, но в тексте есть идеи, которые могут при должном развитии привести к решению;

1 — решение неверно, но "что-то в этом есть";

0 — задача не решена,

— (прочерк) — решение, т.е. любой текст, имеющий отношение к задаче, вплоть до ее номера отсутствует.

Уточненные критерии проверки по каждой задаче публикуются одновременно с началом периода подачи апелляции.

Решение задачи должно быть связным математическим текстом, не переходящем при этом в "сочинение по русскому языку".

В решении должны присутствовать ссылки на теоретические факты с указанием названий или формулировок теорем, которые применяются. Если утверждение, на которое ссылается абитуриент, не содержится в программе вступительных испытаний, комиссия вправе считать это недочетом решения.

Номер задания и ответ (если он требуется) должны четко выделяться на фоне остального текста.

Черновики не проверяются. Единственное возможное исключение — на чистовике написан правильный ответ и дана ссылка на черновик.

При обнаружении двух незачеркнутых решений одной и той же задачи проверяются оба решения и выставляется минимальный балл.

Перечень и содержание тем для подготовки

Линейная алгебра

Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.

Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.

Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

Линейные преобразования векторных пространств и их матрицы. Изменение матриц линейного преобразования и квадратичной формы при смене базиса."

Собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные и инвариантные подпространства.

Характеристический многочлен. Аннулирующий и минимальный многочлены. Теорема Гамильтона-Кэли.

Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Индексы инерции квадратичных форм.

Математический анализ

Числовые множества. Грани множеств. Множества в конечномерном действительном пространстве. Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.

Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.

Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.

Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Условия дополняющей нежесткости.

Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа, ее стационарные точки. Метод множителей Лагранжа.

Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.

Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.

Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.

Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.

Системы линейных дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовый портрет. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.

Дискретная математика

Множества и операции над ними. Алгебра множеств и ее законы. Преобразования формул алгебры множеств.

Основные правила комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов. Принцип Дирихле. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями. Формула включений и исключений.

Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Частичные, слабые и линейные порядки. Отношения предпочтения и функции полезности.

Алгебра логики. Функции алгебры логики. Нормальные формы — (С)ДНФ, (С)КНФ, полином Жегалкина. Исчисление высказываний, логика предикатов первого порядка.

Графы. Изоморфизм графов. Подграфы, цепи, циклы. Связность графов. Компоненты связности. Двудольные графы. Планарные графы. Критерии планарности. Деревья и их свойства. Остовные деревья. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Расстояние на графе. Диаметр, радиус и центры графа. Эйлеровы и гамильтоновы циклы.

Теория алгоритмов

Понятия алгоритма и сложности алгоритма. Тезис Чёрча. Машина Тьюринга. RAM-машина. Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек. Последовательный и бинарный поиск. Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка сложности. Способы задания графов. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Прима. Задача о максимальном потоке.

Теория вероятностей и математическая статистика

Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство, дискретное и непрерывное. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.

Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона).

Нормальное и связанные с ним распределения, основные свойства,

Генеральная совокупность и выборка, Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).

Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.

Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Уровень доверия и проверка значимости. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.

Список литературы

Линейная алгебра

- [1] *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Линейная алгебра. Учебник для вузов 4-е изд. М.: Наука. Физматлит, 1999.
- [2] *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965.
- [3] *Прасолов В.В.* Задачи и теоремы линейной алгебры. М.: Наука, 1996.
- [4] *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. М.: Лань, 2010.

Математический анализ

- [5] *Бесов О.В.* Курс лекций по математическому анализу. Учебное пособие, Часть 1,2. М.: МФТИ, 2004.
- [6] *Демидович Б.П. (редактор).* Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов. Издание 6-е, стереотипное. М.: Наука, 1968.
- [7] *Кудрявцев Л.Д.* Математический анализ. Учебное пособие для вузов в 2-х т. М.: ВШ, 1970.
- [8] *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Основы математического анализа. Учебник для вузов, 7-е издание. М.: Физматлит, 2005.
- [9] *Фихтенгольц Г.М.* Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1—3. 8-е издание. М.: Физматлит, 2003.

Дифференциальные уравнения

- [10] *Понтрягин Л.С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Издание 4-е. М.: Наука, 1974.
- [11] *Филиппов А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Интеграл-Пресс, 1998.

Дискретная математика

- [12] *Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А.* Бинарные отношения, графы и коллективные решения — 2-е издание. М.: Физматлит, 2014.
- [13] *Берж К.* Теория графов и ее применения. М.: ИЛ, 1962.
- [14] *Виленкин Н.Я.* Комбинаторика. М.: Наука, 1969.
- [15] *Кузнецов О.П.* Дискретная математика для инженера. СПб.: Лань, 2004.
- [16] *Макаров И.А., Токмакова Л.Р.* УМК "Дискретная математика". Издательский дом НИУ ВШЭ, 2014.

Теория алгоритмов

- [17] *Алексеев В., Таланов В.* Графы и алгоритмы. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009.
- [18] *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2000.
- [19] *Шень А.* Программирование: теоремы и задачи. М.: МЦМНО, 2014.

Теория вероятностей и математическая статистика

- [20] *Боровков А.А.* Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов. 2-е издание. М.: Наука, 1986.
- [21] *Боровков А.А.* Математическая статистика. М.: Физматлит, 2007.
- [22] *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей. 8-е издание. М.: Едиториал УРСС, 2005.
- [23] *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ, 2010.
- [24] *Крамер Г.* Математические методы статистики М.: Мир, 1975.
- [25] *Шведов А.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. 2-е издание. М.: ГУ ВШЭ, 2005.