

УТВЕРЖДЕНА
на заседании академического совета
образовательной программы
«Статистическое моделирование и
актуарные расчеты»
(протокол № 5 от «22» сентября 2020 г.)

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

Факультет экономических наук

ПРОГРАММА

**подготовки к вступительному испытанию по высшей математике для поступающих
на образовательную программу магистратуры
«Статистическое моделирование и актуарные расчеты»**

Академический руководитель программы, Конаков В.Д. _____

Москва, 2020 год

Содержание программы.

1. Линейная алгебра

1.1 Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.

1.2 Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

1.3 Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матрицы.

1.4 Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

1.5 Собственные числа и собственные векторы матрицы.

1.6 Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.

2. Математический анализ

2.1 Функции одной переменной. Предел функции. Производные. Разложение функции в ряд Тейлора. Исследование и построение графика функции.

2.2 Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.

2.3 Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества.

2.4 Примеры экономических приложений. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Максимизация полезности и бюджетное ограничение. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка.

3. Дифференциальные уравнения

3.1 Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Уравнение Бернулли.

3.2 Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной.

3.3 Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения.

3.4 Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида.

4. Теория вероятностей

4.1 Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.

4.2 Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания, дисперсии и ковариации. Условное математическое ожидание.

4.3 Нормальное распределение и связанные с ним хи-квадрат распределение, распределения Стьюдента и Фишера, и их основные свойства. Статистические таблицы и их использование.

5. Математическая статистика

5.1 Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).

5.2 Точечные оценки. Методы нахождения оценок: метод моментов и метод максимального правдоподобия. Свойства несмещенности, эффективности и состоятельности оценок. Доверительные интервалы.

5.3 Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия, уровень значимости, мощность критерия и P-value теста.

5.4 Линейная регрессионная модель для случая одной и нескольких объясняющих переменных. Теоретическая и выборочная регрессии. Природа случайной составляющей. Линейность по переменным и параметрам.

5.5 Оценивание параметров. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок параметров, полученных по МНК. Разложение суммы квадратов отклонений. Дисперсионный анализ. Степень соответствия линии регрессии имеющимся данным. Коэффициент детерминации и его свойства.

5.6 Классическая линейная регрессия. Статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия и ковариация) оценок параметров. Теорема Гаусса-Маркова.

5.7 Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической линейной регрессии и его следствия. Доверительные интервалы для параметров модели и проверка гипотез о значимости коэффициентов. Проверка адекватности регрессии. Общая линейная гипотеза о выполнении линейных ограничений на параметры модели.

5.8. Прогнозирование по регрессионной модели и его точность.

Литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. М., Наука, 1981
2. Chiang A. Fundamental methods of mathematical economics. Mc Graw Hill, 2005
3. Ланкастер К. Математическая экономика (пер. с англ.). М. Советское радио, 1972
4. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. дом ГУ–ВШЭ, 2005
5. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт.1-3. М., Наука, 1964
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М., Физматлит, 2009

7. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов. Под редакцией Б.П.Демидовича. М., Наука, 1968
8. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Научно–издат. центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
9. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., Наука, 1984
10. Магнус Я., Катышев П., Пересецкий А. Введение в эконометрику. М., Дело, 2000
11. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. М., Юнити, 2002
12. Hogg R., Tanis E., Zimmerman E. Probability and Statistical Inference. Person, 2015