Математический анализ.

Множество действительных чисел, аксиома непрерывности и ее следствия. Числовые множества и последовательности. Пределы последовательностей и их свойства.

Предел и непрерывность функции одной и нескольких переменных. Свойства пределов. Свойства непрерывных функций. Дифференцируемость и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Производные функций одной переменной и частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл.

Неопределенный интеграл. Основные приёмы интегрирования. Интегрируемость непрерывной функции. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона - Лейбница.

Числовые и функциональные ряды, признаки сходимости. Аппроксимация функций многочленами.

Метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств. Компактные подмножества и свойства непрерывных отображений на них.

Основные методы решения дифференциальных уравнений первого порядка; линейных ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.

Функциональные и степенные ряды, элементарные функции в комплексной плоскости и их свойства. Дифференцируемость и условия Коши – Римана.

Литература

1. Зорич В.А. Математический анализ: в 2 т. – Изд. 5–е.– М.: МЦНМО, 2007.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления в 3–х томах. – 8-е изд.– М.: Физматлит, 2006.
3. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции одного переменного. –Спб.: Лань, 2002.
4. Львовский С. М. Лекции по математическому анализу. – М.: МЦНМО, 2008.
5. Рудин У. Основы математического анализа. – Спб.: Лань, 2004.

Алгебра и теория чисел.

Векторные пространства. Линейные отображения векторных пространств и их матрицы. Определители матриц и их свойства. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Инвариантные подпространства. Теорема Гамильтона – Кэли. Системы линейных уравнений, метод Гаусса, правило Крамера. Евклидовы пространства, метод Грамма – Шмидта ортогонализации.

Основные алгебраические структуры: группы, кольца, поля. Разбиение группы на смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы, теорема Лагранжа. Ядро и образ гомоморфизма групп, нормальные подгруппы, факторизация и строение гомоморфизма. Группы преобразований и группы перестановок. Кольца вычетов и кольца многочленов.
Алгоритм Евклида, евклидовы кольца. Конечные поля, поле комплексных чисел и его алгебраическая замкнутость. Конечные расширения полей, простые квадратичные расширения.

Поля классов вычетов. Теоремы Вильсона, Ферма, Эйлера, о существовании первообразного корня по простому модулю. Сравнения по степени простого числа. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Квадратичные иррациональности.

Литература

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. Изд. 3–е, перераб. и доп.–М.: Факториал Пресс, 2002.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.–Изд. 7–е.–М.: Университет, 2007.
3. Городенцев А.Л. Лекции по алгебре. Первый курс.–М.: НМУ МК, 1993
4. Ленг С. Алгебра – М.:Мир, 1968.
5. Боревич З. И., Шафаревич И.Р. Теория чисел.–3-е изд.–М.:Наука, 1985
6. Виноградов И.М. Основы теории чисел.– Изд.11–е, стер.–Спб.:Лань, 2006

Геометрия.

Координаты точек на плоскости (в пространстве). Уравнения прямых и плоскостей. Кривые и поверхности второго порядка на плоскости (в пространстве). Конические сечения.

Векторы на плоскости (в пространстве), координаты векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Ориентированные площадь и объем.

Группа движений евклидовой плоскости и её подгруппы. Дискретные группы движений. Отражения, классификация движений. Группа подобий, группа аффиных преобразований плоскости и их подгруппы. Собственные и несобственные движения евклидовой плоскости (евклидова пространства).

Проективная прямая и проективная плоскость. Однородные координаты. Двойное отношение. Теоремы Паскаля, Брианшона, Дезарга. Проективные преобразования и их простейшие свойства. Проективная двойственность и теорема Паппа.

Пятый постулат Евклида. Неевклидовы геометрии. Плоскость Лобачевского. Угол параллельности. Модель Кэли - Кляйна и две модели Пуанкаре (в круге и в верхней полуплоскости).

Литература

1. Прасолов В.В., Тихомиров В.М. Геометрия – Изд. 2–е.– М.: МЦНМО, 2007.
2. Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия –М.: ФИЗМАТЛИТ,2009.
3. Берже М. Геометрия, т. 1-2. М. Мир, 1984.
4. Понарин Я. П. Аффинная и проективная геометрия - М.: МЦНМО, 2009
5. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. - М.: «Наука», 1978

Дискретная математика и начала теории вероятностей.

Правило умножения, дерево вариантов. Применения правила умножения в комбинаторике: формулы числа перестановок, размещений и сочетаний. Бином Ньютона, биномиальные коэффициенты и их свойства, треугольник Паскаля.

Плоские графы. Теорема Эйлера для плоских графов и для многогранников. Решение проблемы пяти красок. Полное перечисление видов правильных многогранников.

Мультипликативные функции: функция Эйлера и ее свойства; сумма делителей и число делителей.

Испытания с конечным числом исходов. Классическое определение вероятности. Аксиоматика Колмогорова вероятностного пространства, основные формулы, вытекающие из нее. Независимые повторения испытания с двумя исходами. Формула Бернулли. Представление о законе больших чисел в форме Бернулли.

Литература

1. Дж. Кемени, Дж. Снелл, Дж. Томпсон. Введение в конечную математику, М: Мир, 1965.
2. Р. Курант, Дж. Роббинс. Что такое математика. М.: МЦМНО, 2005
3. Харари Ф. Теория графов.–М.: УРСС, 2003
4. Б. В. Гнеденко. Курс теории вероятностей. М.: Либроком, 2011.
5. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. 1 т. М.: Мир, 1984.
6. Виноградов И.М. Основы теории чисел.– Изд.11–е, стер.–Спб.:Лань, 2006