

Утверждена на совместном заседании
академических советов образовательных программ
«Математика» и «Математика и математическая физика»
факультета математики

(протокол от 14 сентября 2018 г., №1)

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

Факультет математики

ПРОГРАММА

**подготовки к экзамену для поступающих на
образовательные программы магистратуры
«Математика» и «Математика и математическая физика»**

**по дисциплине
«Математика»**

Академический руководитель программы «Математика» _____ **А.Л. Городенцев**

Академический руководитель программы

«Математика и математическая физика» _____ **В.А. Побережный**

Москва, 2018 год

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

ДВЕ ПРОГРАММЫ И ДВА ПРОФИЛЯ ОБУЧЕНИЯ

На факультете математики имеется две магистерских образовательных программы:

- англоязычная программа «Mathematics»
- русскоязычная программа «Математика и математическая физика».

Различие между ними заключается *только* в их языковом статусе. Официальным языком обучения на программе «Mathematics» является английский¹, а на программе «Математика и математическая физика» — русский.

Каждый студент магистратуры, вне зависимости от того, на какой из двух программ он учится, отдельно выбирает для себя *профиль обучения*. Таковых имеется два:

- математика
- математическая физика.

Формально они различаются весьма небольшим набором обязательных курсов и семинаров, неформально — тем, чему: математике или матфизике будет уделено основное внимание в ходе учёбы и научной работы. Выбор профиля обучения осуществляется студентами сразу после зачисления и *ничем не ограничен*: независимо от того, на какую из программ, «Mathematics» или «Математика и математическая физика», студент зачислен и независимо от своих результатов на вступительном экзамене каждый студент может (и должен) выбрать себе *любой* из двух профилей обучения. Именно от этого выбора, а не от того, на какой программе Вы учитесь, будут зависеть содержательные математическая и физическая составляющие Вашего образования.

Зачисление на обе магистерские программы «Mathematics» и «Математика и математическая физика» происходит по единому и *общему для двух программ* конкурсу, который проводится на основании результатов одного, общего для двух программ письменного вступительного экзамена по математике. Для участия в конкурсе необходимо сдать этот экзамен с оценкой не ниже 21 балла. Участники конкурса упорядочиваются по убыванию полученного на экзамене результата, и все абитуриенты, чей результат оказывается в пределах официально установленных проходных баллов для обучения на бюджетных или платных местах считаются успешно прошедшими единый конкурс.

Распределение успешно прошедших единый конкурс студентов между образовательными программами «Mathematics» и «Математика и математическая физика» осуществляется по желанию студентов на основании результатов внутреннего тестирования по английскому языку. Тестирование проводится после объявления результатов единого конкурса и *не является обязательным*. К тестированию допускаются все

¹Одно из последствий англоязычности заключается в том, что выпускникам программы «Mathematics» при поступлении во многие англоязычные аспирантуры *не требуется* подтверждать уровень своего английского отдельным языковым сертификатом — диплом об окончании англоязычной программы частенько его заменяет.

успешно прошедшие единый конкурс, вне зависимости от того по какому из двух профилей «математика» или «математическая физика» они в дальнейшем собираются обучаться. Участие в тестировании и его результаты не влияют на возможность дальнейшего выбора профиля. Они существенны только для студентов, желающих обучаться на англоязычной программе «Mathematics»: для зачисления именно на эту программу *требуется* пройти тестирование и показать на нём результат не ниже официально установленного.

После объявления результатов тестирования студенты окончательно определяются с выбором программы, и те, кто успешно сдал тестирование и пожелал обучаться на программе «Mathematics», зачисляются на эту программу, а все остальные студенты, успешно прошедшие вступительный конкурс, зачисляются на программу «Математика и математическая физика».

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

Вступительный экзамен состоит в письменном решении задач, разбитых на три группы: общая часть, состоящая из четырёх задач, и две специальные части — «Математика» и «Математическая физика», каждая из трёх задач. Количество баллов, даваемое за полное решение задачи, указывается в её условии. Один ответ, приведённый без обоснования, оценивается в нуль баллов вне зависимости от того, верный он или нет. Итоговая оценка вычисляется по формуле

$$\min(100, g + \max(m, p)) ,$$

где g , m и p означают, соответственно, суммарные количества баллов, полученных за решение задач из общей части (g), специальной части «Математика» (m) и специальной части «Математическая физика» (p). Таким образом, ненулевой вклад в итоговую оценку вносят задачи из общей группы, а также задачи из ровно одной специальной группы — той, в которой получен наилучший результат. При этом максимальное число баллов, которое можно набрать на экзамене, равно 100. При наборе большего числа баллов итоговая оценка всё равно полагается равной 100 баллам.

Для участия во вступительном конкурсе необходимо набрать не менее 21 балла.

На выполнение задания отводится 300 минут. Задачи можно решать и записывать в любом порядке. Черновики тоже проверяются. Во время экзамена разрешается пользоваться только принесённой с собою ручкой и выданной экзаменаторами бумагой. Использование каких бы то ни было иных носителей информации, в том числе любых электронных устройств или шпаргалок, строго запрещено, равно как и всякое общение абитуриентов друг с другом. Нарушение этих правил является поводом для отстранения от вступительных испытаний. На экзамене разрешается иметь при себе питьевую воду и шоколад (или их аналоги).

ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТУПАЮЩИМ

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

От всех поступающих предполагается владение следующими темами.

- Элементы комбинаторики (сочетания, перестановки, мультиномиальные коэффициенты) и основы теории вероятностей (независимость событий и случайных величин, условные вероятности, математическое ожидание, дисперсия).
- Элементарная алгебра: поле комплексных чисел, формальные степенные ряды и многочлены, выражение симметрических функций от корней многочлена через его коэффициенты, а коэффициентов — через корни, полиномиальная интерполяция, кратные корни, алгоритм Евклида для многочленов, разложение рациональной функции на простейшие дроби и в степенной ряд, экспонента и логарифм.
- Линейная алгебра: векторные пространства и линейные отображения, базисы, размерность, решение систем линейных уравнений, определители, характеристический и минимальный многочлены матрицы, тождество Гамильтона–Кэли, собственные числа и собственные векторы, жорданова нормальная форма комплексной матрицы, вычисление аналитических функций от матриц и операторов, билинейные и квадратичные формы, ортогонализация, индекс вещественной квадратичной формы.
- Евклидова геометрия пространства \mathbb{R}^n : расстояние от точки до подпространства, углы между прямыми и гиперплоскостями, евклидов объём параллелепипеда и симплекса.
- Одномерный и многомерный вещественный анализ: пределы последовательностей и функций, числовые и функциональные ряды, ряд Тейлора, свойства непрерывных функций, дифференциал отображения $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, производные сложных и неявных функций, отыскание условных и безусловных экстремумов, определённый интеграл, сведение многомерных интегралов к повторным одномерным, несобственные интегралы, вычисление длины кривой и площади поверхности с помощью интегрирования.
- Основы комплексного анализа: комплексная производная функции $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, голоморфные и мероморфные функции, интеграл Коши, теорема о вычетах, вычисление интегралов (включая неопределённые) при помощи вычетов.
- Обыкновенные дифференциальные уравнения: теорема существования и единственности решения, элементарные приёмы интегрирования (разделение переменных, однородные уравнения, линейные уравнения первого и второго порядка, уравнения в дифференциалах, интегрирующий множитель), системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, уравнения с частными производными первого порядка, метод характеристик.

- Элементы теории групп: подгруппы, смежные классы, гомоморфизмы, фактор группы, прямое произведение групп, симметрические группы, знак и цикловой тип перестановки, группы симметрий геометрических фигур, матричные группы Ли GL_n , SL_n , SO_n , SU_n .

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ УЧЕБНИКИ

- В. И. Арнольд, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Ижевск: РХД, 2000.
- В. И. Арнольд, *Лекции об уравнениях с частными производными*, М: Фазис, 1999.
- Э. Б. Винберг, *Курс алгебры*, М: Факториал 1999.
- И. М. Гельфанд, *Лекции по линейной алгебре*, М: Наука 1971.
- А. Л. Городенцев, *Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Части I, II*,
<http://vyshka.math.ru/pspdf/textbooks/gorodentsev/algebra-1.pdf>,
http://gorod.bogomolov-lab.ru/ps/stud/algebra-3/1415/algebra-2_2015.VI.15.pdf.
- А. Л. Городенцев, *Геометрия*,
http://gorod.bogomolov-lab.ru/ps/stud/geom_ru/1617/lec_total.pdf.
- В. А. Зорич, *Математический анализ*, М: МЦНМО, 2007
- А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин, *Элементы теории функций и функционального анализа*, М: Наука, 1976.
- М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, *Методы теории функций комплексного переменного*, М: Наука, 1973.
- В. В. Прасолов, В. М. Тихомиров, *Геометрия*, М: МЦНМО, 1997.
- В. В. Степанов, *Курс дифференциальных уравнений*, Едиториал УРСС, 2004.
- В. Феллер, *Введение в теорию вероятностей и её приложения, Том 1*, М.: Мир, 1967
- Б. В. Шабат, *Введение в комплексный анализ*, Лань, 2004.

СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ «МАТЕМАТИКА»

От тех, кто собирается решать задачи из специальной части «Математика» дополнительно предполагается владение следующими темами:

- Элементы коммутативной алгебры: коммутативные кольца и их гомоморфизмы, идеалы и фактор кольца, кольца вычетов и китайская теорема об остатках, классификация конечно порождённых абелевых групп, факториальность кольца многочленов от многих переменных, поля и гомоморфизмы полей, характеристика, простые расширения полей, описание и примеры конечных полей.
- Элементы геометрии: аффинные и проективные пространства, аффинные и проективные отображения, взаимное расположение проективных и аффинных подпространств, выпуклые фигуры в \mathbb{R}^n , опорное полупространство, аффинные и проективные кривые и поверхности второго порядка (квадрики и коники).
- Элементы некоммутативной алгебры: ассоциативные кольца и алгебры, модули над ними, неприводимость и лемма Шура, полная приводимость комплексных линейных представлений конечной группы, неприводимые представления групп S_3 , S_4 , A_4 .
- Элементы топологии: открытые, замкнутые и компактные подмножества в \mathbb{R}^n , всюду плотные и нигде не плотные множества, топологические пространства, компактность, связность, внутренность и замыкание, непрерывные отображения, гомотопии, триангуляции, накрытия, фундаментальная группа.
- Элементы функционального анализа: мера и интеграл Лебега в \mathbb{R}^n , теорема Фубини, равномерная непрерывность и равномерная сходимости непрерывных функций, примеры бесконечномерных топологических, нормированных и гильбертовых векторных пространств (пространства непрерывных, суммируемых и суммируемых с квадратом функций на компакте, на \mathbb{R}^n и на торе).

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ УЧЕБНИКИ

Э. Б. Винберг, *Курс алгебры*, М: Факториал 1999.

О. Я. Виро, О. А. Иванов, В. М. Харламов, Н. Ю. Нецветаев, *Элементарная топология*, СПГУ, 2007.

А. Л. Городенцев, *Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Части I, II*,
<http://vyshka.math.ru/pspdf/textbooks/gorodentsev/algebra-1.pdf>,
http://gorod.bogomolov-lab.ru/ps/stud/algebra-3/1415/algebra-2_2015.VI.15.pdf.

А. Л. Городенцев, *Геометрия*,
http://gorod.bogomolov-lab.ru/ps/stud/geom_ru/1617/lec_total.pdf.

А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин, *Элементы теории функций и функционального анализа*, М: Наука, 1976.

В. В. Прасолов, В. М. Тихомиров, *Геометрия*, М: МЦНМО, 1997.

СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

От тех, кто собирается решать задачи из специальной части «Математическая физика» дополнительно предполагается владение следующими темами:

- Основы классической механики: законы Ньютона, потенциальные силы, работа силы вдоль траектории, законы сохранения, лагранжиан и уравнения движения (уравнения Эйлера–Лагранжа) для механической системы в поле потенциальных сил.
- Классическая электродинамика в вакууме: закон Кулона, поле и потенциал, поля и энергия взаимодействия простейших конфигураций зарядов (сферы, плоскости, точечные заряды). Движение заряженной частицы в однородном магнитном и электрическом поле, сила Лоренца.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ УЧЕБНИКИ

В. И. Арнольд, *Математические методы классической механики*, М: Наука, 1979.

Г. Голдстейн, *Классическая механика*, М., Наука, 1974.

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, М: Физматлит, 2004.

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, М: Физматлит, 2004.