

Вступительный экзамен в НИУ ВШЭ — 2019 г.
Демонстрационный вариант
по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»
ОП «Финансовые технологии и анализ данных»

Время выполнения задания — 240 мин. Решения заданий должны быть записаны по-русски или по-английски. Каждая задача оценивается не более чем 10 баллами, максимальная сумма — 100 баллов. Если Вы решите больше 10 задач, будут зачтены 10 лучших решений

1. Найти все натуральные m и n такие, что

$$1! + 2! + \dots + n! = m^2.$$

2. Вычислить

$$\int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx.$$

3.

Найти следующий предел

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln \cot x)^{\tan x}$$

4. Решите дифференциальное уравнение $(x^2y^2 + y)dx + (2x^3y - x)dy = 0$.

5. Найти A^{10} , где

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 8 & -12 \\ 6 & -6 & 12 \\ 6 & -8 & 14 \end{pmatrix}$$

6. Найти $\det A$, где

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -8 & 4 \\ 15/2 & 1/2 & -1 & -7 \\ -5/2 & 3/2 & -4 & 1 \\ 10 & -3 & 8 & -8 \end{pmatrix}$$

7. При каком действительном a существует многочлен 100 степени, удовлетворяющий соотношению

$$P(x) - P(2014 - x) = 1914x + a.$$

8. Данная функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ такая что для любого $x \in \mathbb{R}$

$$3f(x + 2) + f(x) = 3f(x + 1), \quad f(3) = 3^{1000}.$$

Найти $f(2013)$.

9. На рулетке может выпасть любое число от 0 до 2018 с одинаковой вероятностью. Рулетку крутят раз за разом. Обозначим через P_k вероятность того, что в какой-то момент сумма чисел, выпавших при всех сделанных бросках, равна k . Какое число больше: P_{2018} или P_{2019} ?

10. Отрезки на плоскости задаются парами целочисленных координат концевых точек. Определить, пересекаются ли 2 отрезка.

11. Имеется независимая случайная выборка X_1, \dots, X_n из геометрического распределения:

$$P(X_i = x) = (1 - p)^x p, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

. Предложите несмещенную и состоятельную оценку для параметра p .

12. Оценивание регрессии $Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i$ по 16 наблюдениям дало результаты: $TSS = 63$, $\hat{\sigma}_\epsilon^2 = 2.5$. Найдите R^2 .

13. По четырём наблюдениям оценивалась парная регрессия с помощью метода наименьших квадратов. В Таблице 1 приведены остатки регрессии e_i и значения регрессора X_i :

Таблица 1:

e_i :	6	0	a	$2a$
X_i :	10	13	12	b

Найдите значения a и b .

14. Дано 100-этажное здание. Если яйцо сбросить с высоты N -го этажа (или с большей высоты), оно разобьется. Если его бросить с любого меньшего этажа, оно не разобьется. У вас есть два яйца. Найдите N за минимальное количество бросков.