

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

**Факультет компьютерных наук**

**ПРОГРАММА  
подготовки к экзамену для поступающих на  
образовательную программу магистратуры «Науки о данных»  
направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика**

**Москва, 2019 год**

## Предварительные критерии оценивания

0-2 - Абитуриентом предложены идеи решения задачи. Приведено решение без объяснений, выкладок или доказательств.

3-5 - Приведено решение, но оно не верно или не достаточно объяснено.

6-7 - Правильное решение, но допущены ошибки или неточности в доказательстве. Нет реализации алгоритма, не разобраны все случаи или часть из них не доказана или разобрана с ошибками. Не оптимальное решение.

8-10 - Правильное решение при допущенных ошибках или неточностях. Апелляция оценок 8 и 9 не рассматривается.

Уточненные критерии проверки по каждой задаче публикуются одновременно о началом периода подачи апелляции.

Решением к задаче не должно быть «сочинение по русскому языку».

В решении должны присутствовать ссылки на теоретические факты из программы с указанием точных формулировок теорем, которые применяются. Если утверждение, на которое ссылается абитуриент, не содержится в программе вступительных испытаний, то его необходимо доказать в работе.

Вес выкладки должны быть равносильными преобразованиями; каждый случай оформлен отдельно.

Номер задания должен четко выделяться на фоне остального текста.

Решение о проверке черновиков принимается экзаменационной комиссией до начала проведения вступительных испытаний. При обнаружении двух незачеркнутых решений одной и той же задачи на чистовике и черновике проверяются оба решения и выставляется минимальный балл. При написанном решении на черновике, на чистовике должен быть написан правильный ответ и ссылка на черновик.

## Перечень и содержание тем для подготовки

1. Линейная алгебра
  - (a) Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
  - (b) Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
  - (c) Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.
  - (d) Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
  - (e) Собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные и инвариантные подпространства.
  - (f) Характеристический многочлен. Аннулирующий и минимальный многочлены. Теорема Гамильтона-Кэли.
  - (g) Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Индексы инерции квадратичных форм.
2. Математический анализ
  - (a) Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Границы множеств. Множества в  $\mathbb{R}^n$ . Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
  - (b) Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.
  - (c) Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.
  - (d) Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функций. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Условия дополняющей независимости.
  - (e) Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа, ее стационарные точки. Метод множителей Лагранжа.
  - (f) Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.
  - (g) Понятие ряда и сто сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

### 3. Дифференциальные уравнения

- (a) Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.
- (b) Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.
- (c) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.
- (d) Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.
- (e) Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.
- (f) Системы линейных дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовый портрет. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.

### 4. Комбинаторика

- (a) Основные правила комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов. Принцип Дирихле. Примеры.
- (b) Множества. Круги Эйлера, операции на множествах. Формула включений и исключений. Примеры.
- (c) Сочетания. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.

### 5. Теория вероятностей и математическая статистика

- (a) Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
- (b) Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона).
- (c) Нормальное распределение и связанные с ним  $x^2$ -распределение, основные свойства,
- (d) Генеральная совокупность и выборка, Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).
- (e) Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
- (f) Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия и проверка значимости.

### 6. Дискретная математика

- (a) Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
- (b) Булева логика,. Классы Поста. Логика предикатов. Нормальные формы. Сложность булевых формул и схем.
- (c) Графы. Изоморфизм графов. Подграфы, цепи, циклы. Связность графов. Компоненты связности. Планарные графы. Критерии планарности. Деревья. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Свойства деревьев. Нахождение кратчайшего пути в графе. Эйлеровы и Гамильтоновы цепи и циклы.
- (d) Понятия алгоритма и сложности алгоритма, Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек. Последовательный и бинарный поиск. Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка сложности. Представление графов в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности, алгоритмы на графах.

### **Список рекомендуемой литературы**

1. Ильин В.А.. Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Учеб. Для вузов 4-е изд. М. Наука. Физматлит, 1999 - 296 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учеб, для вузов, 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 648 с.
3. Бесов О.В. Курс лекций по математическому анализу. Учебное пособие, Ч 1,2. М.: МФТИ. 216 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, т. 1,2. Учеб, пособие для вузов: в 2-х т. - М.: ВШ, 1970.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3. 8-е издание. - М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. - 680 с., 864 с., 728 с.
6. Демидович Б.П.(редактор). Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов Издание шестое, стереотипное. - М.: Наука, 1968. - 472 с. - илл.
7. Понtryагин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения М.: Наука, 1974. - 331с. Изд. 4-е.
8. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям М.: Интеграл-Пресс, 1998 г. - 208 стр.
9. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп. Учебник. М.: «Едиториал УРСС», 2005. - 448 с.
10. Крамер Г. Математические методы статистики М.: Мир, 1975. - 648 е.
11. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика 2-е изд.. персраб, и доп. - Москва: ГУ ВШЭ, 2005. - 252, [1] с.
12. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. Издательство МЦМНО, 2014.
13. Алексеев В., Таланов. В. Графы и алгоритмы. М.: Издательство Бином. Лаборатория знаний, 2009.
14. Макаров И.А., Токмакова Л.Р. УМК "Дискретная математика". Издательский дом НИУ ВШЭ. 2014. - 152 с.
15. Боровков А. А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), — Москва: «Наука», 1986.
16. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), - Москва,: «Наука», 1986. - 384 с.
17. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. Учебное пособие. — 2 пзд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 368 с
18. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:ФИЗМАТЛИТ. 2007.
19. Ивченко, Г. И., Медведев, Ю. И. Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ. 2010
20. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. МЦНМО: 2000. 960 с.
21. Прасолов В. В. Задачи и теоремы линейной алгебры. — М.: Наука, 1996. — 304 с.