

НИУ ВШЭ

Факультет Экономических наук

Программа вступительного экзамена по высшей математике для образовательных программ магистратуры
«Прикладная экономика»,
«Экономика: исследовательская программа»,
«Статистическое моделирование и актуарные расчеты»

Экзамен длится 180 мин., 10 заданий. Для выполнения задания необходимо иметь при себе калькулятор с арифметическими действиями и элементарными функциями.

Содержание программы.

1. Линейная алгебра.

1.1 Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.

1.2 Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

1.3 Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матрицы.

1.4 Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

1.5 Собственные числа и собственные векторы матрицы.

1.6 Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.

2. Математический анализ.

2.1 Функции одной переменной. Предел функции. Производные. Разложение функции в ряд Тейлора. Исследование и построение графика функции.

2.2 Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.

2.3 Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества.

Примеры экономических приложений. Оптимизация при наличии ограничений.

Функция Лагранжа и ее стационарные точки. Максимизация полезности и бюджетное ограничение. Окаймленный Гессиан. Условия второго порядка.

3. Дифференциальные уравнения.

3.1 Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Уравнение Бернулли.

3.2 Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной.

3.3 Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения.

3.4 Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида.

4. Теория вероятностей.

4.1 Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.

4.2 Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания, дисперсии и ковариации. Условное математическое ожидание.

4.3 Нормальное распределение и связанные с ним хи-квадрат распределение, распределения Стьюдента и Фишера, и их основные свойства. Статистические таблицы и их использование.

5. Математическая статистика.

5.1 Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).

5.2 Точечные оценки. Методы нахождения оценок: метод моментов и метод максимального правдоподобия. Свойства несмещенности, эффективности и состоятельности оценок. Доверительные интервалы.

5.3 Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия, уровень значимости, мощность критерия и P-value теста.

5.4 Линейная регрессионная модель для случая одной и нескольких объясняющих переменных. Теоретическая и выборочная регрессии. Природа случайной составляющей. Линейность по переменным и параметрам.

5.5 Оценивание параметров. Метод наименьших квадратов (МНК). Свойства оценок параметров, полученных по МНК. Разложение суммы квадратов отклонений.

Дисперсионный анализ. Степень соответствия линии регрессии имеющимся данным.

Коэффициент детерминации и его свойства.

5.6 Классическая линейная регрессия. Статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия и ковариация) оценок параметров. Теорема Гаусса-Маркова.

5.7 Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической линейной регрессии и его следствия. Доверительные интервалы для параметров модели и проверка гипотез о значимости коэффициентов. Проверка адекватности регрессии. Общая линейная гипотеза о выполнении линейных ограничений на параметры модели.

Прогнозирование по регрессионной модели и его точность.

Литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. 71,2
2. Chiahg A. Fundamental methods of matematical economics.
3. Ланкастер К. Математическая экономика.
4. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт.1-3
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа.
7. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов. Под редакцией Б.П.Демидовича.
8. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.
9. Ильин В.А. Линейная алгебра.

10. Магнус Я., Катышев П., Пересецкий А. Введение в
эконометрику. М.

Дело, 2000

11. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. М. Юнити, 2002